知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌) Vol.31, No.6, pp.908-917 (2019)

原著論文

台形型メンバシップ関数による学習型ファジィ推論の設計評価†

入江　穂乃香*1・林　勲*2

三角形メンバシップ関数の一般形である台形型メンバシップ関数を採用したファジィ推論（台形型ファジィ推論）の汎用精度は高い．また，ファジィ推論を用いた学習型ファジィクラスタリングは，学習によりクラス識別領域を調整できるので，データ投入ごとに認識精度を高めることができる．学習では，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトン実数値を調整する．しかし，ファジィ推論を実際の問題に適用する際に，例えば，メンバシップ関数とシングルトンの学習係数をどのように決定して，初期値をどのように設定するか，また，前件部と後件部のどちらを先に学習すべきかなど，ファジィルールの設計についてはあまり議論されているとはいえない．本論文では，ファジィルールのパラメータ調整を単なるチューニング問題として捉えるのではなく，ファジィルールの設計問題として捉え，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンの学習係数，それらの初期値の設定方法，後件部と前件部の学習順序について議論する．まず，台形型ファジィ推論を定義し，ファジィルールの調整のための最急降下法の定式化を行う．次に，6 種類の初期配置法を提案し，また，5 種類の学習順序についても議論する．最後に，数値例を用いた誤差の評価により，これらのハイパーパラメータの設計法について議論する．

キーワード：台形型メンバシップ関数，学習型ファジィ推論，ハイパーパラメータ，設計評価，有意性検定

1. はじめに

ファジィ推論 [1, 2] は，専門家の知識を if-then 形式で表現するモデルとして 1990 年代に多用され，ファジィ制御が組み込まれた製品はファジィ家電 [3] と呼ばれるなど，ファジィ制御は，家電製品や工場プラント制御，列車自動制御，自動車制御，ロボット制御，人工衛星制御等で質の高い有用性を示した．ファジィ推論は，メンバシップ関数を用いて入力値を度合付きとし，その度合で入力に対応する出力値を補間する効果的な非線形モデルといえる．ただし，入出力データが与えられた場合，出力データとファジィ推論の結果との偏差が小さくなるように，ファジィルールの前件部のメンバシップ関数の形状や後件部の出力関数を調整するチューニング問題 [4–6] が存在する．このチューニング問題を解決するため，従来から多くの学習法が提案されてきた [4, 7–14]．出力データとファジィ推論の結果との偏差を評価関数として表現した場合，チューニング問題に対する学習法は，パラメータ空間での微分可能な評価関数を単点で探索する単点学習法と微分可能性にとらわれずに評価関数を多点で探索する多点学習法に分類できる．単点学習法は，単点で簡便にパラメータ空間を探索するので，学習時間が短いという長所がある．ただし，単点の探索方向を決定するため，多次元パラメータ空間での探索方向やパラメータ属性間の学習順序を決定する必要がある．一方，多点学習法は，多点で探索方向を決定するので探索方向を自動的に決めることができ，全パラメータを同時に学習できるという長所がある．ただし，処理アルゴリズムが複雑となり学習時間が長いという短所がある．1990 年代のファジィ家電では，学習処理の簡便さとメモリ容量の軽量化，学習時間の短縮化のため，単点学習法が多用され実応用で高い効果を示した．一方，多点学習法は，全パラメータを同時に学習できる利点を活かし，多種多様な学習法が提案されている [11–14]．

本論文では，実応用でのファジィルールを考慮し，応用事例に優れる単点学習法を用いたファジィルールの設計法について議論する．しかし，単点学習法には，学習過程で単点の探索方向を決める必要があり，学習パラメータの係数をどのように決定し，初期値をどのように設定するかなど，ファジィルールの設計についてはあまり議論されているとはいえない．したがって，ここでは，三角形メンバシップ関数の一般形である台形型メンバシップ関数を採用し，クラス判別のファジィルールの前件部と後件部のパラメータを単点探索法により学習する場合の設計法について議論する．なお，ここでは，台形型メンバシップ関数を用いたファジィ推論を台形型ファジィ推論と呼び，学習過程において，誤差を最小にすることを目的とした多次元パラメータの設計をハイパーパラメータ設計と呼ぶ．ファジィルールのパラメータ調整を単なるチューニング問題として捉えるのではなく，ファジィルールの設計問題として捉え，ファジィルールが高い精度と汎用性をもち，効果的な有用性をもつように，多次元パラメータを設計する方法を議論する．

図 1 にファジィルールの学習におけるチューニング問題と設計問題との違いを示す．チューニング問題では，ファジィルールの数種類の学習パラメータは，更新式にしたがって同時に更

† Design Evaluation of Learning Type Fuzzy Inference Using Trapezoidal Membership Function
Honoka IRIE and Isao HAYASHI

*1 関西大学大学院 総合情報学研究科
Faculty of Informatics, Kansai University
*2 関西大学大学院 総合情報学研究科
Graduate School of Informatics, Kansai University

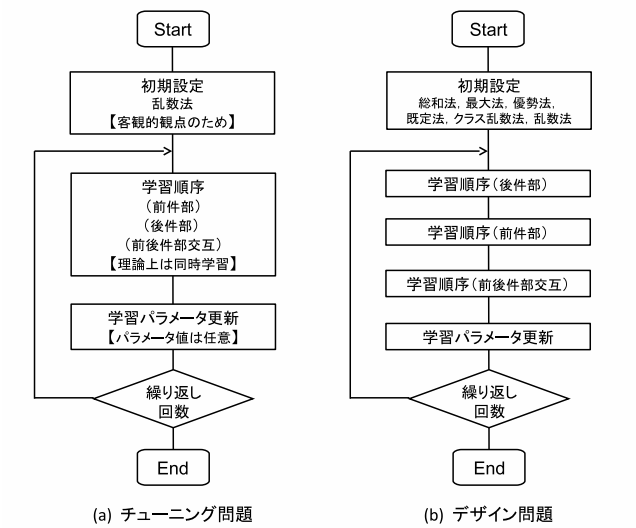

図 1　Differences between Tuning Problem and Design Problem

新されると仮定している．例えば，前件部と後件部の学習パラメータは理論的には同時に更新される．また，提案した更新式を厳正に評価するため，一般的には，学習パラメータの初期配置は乱数で決定している．さらに，学習パラメータもどのような値とするかの議論が多くなされているとは限らない．しかし，ファジィ推論を実際の応用例に適用する際には，ファジィ推論の実行プログラムを作成する過程で，例えば，前件部学習と後件部学習のどちらの学習パラメータを先にコーディングするかを決める必要があり，前件部と後件部の交互学習を含めると，3 種類の学習パラメータの順序が問題となる．また，実応用では，学習の精度は学習パラメータの初期配置に強く依存する傾向があり，どの初期値から学習するかの議論は必須である．さらに，学習パラメータは，探索コストを考慮し短時間で最適な値に決める必要がある．このように，ファジィルールの学習におけるチューニング問題と設計問題は，問題の観点が異なっている．

従来のチューニング問題では，簡略ファジィ推論の学習において，市橋ら [7] は最急降下法を用いた後件部の学習効率化を提案している．また，野村ら [4] は最急降下法による前件部のメンバシップ関数の調整法を提案している．一方，石渕ら [8,9] はファジィ推論によるファジィ識別システムにおいて，パターン空間の分割数やメンバシップ関数の形状，メンバシップ値の演算方法などの条件と認識率との関係を議論し，パターン識別境界線の平滑化法も提案している．さらに，馬野ら [10] は，パターン分割数を逐次的に増加させるファジィ推論に忘却型の学習則を導入し，ルール数の最適化を可能としている．

ここでは，これらの提案手法を参考に，三角形ファジィ推論の一般形である台形型ファジィ推論の設計問題として，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンの学習係数，それらの初期値の設定方法，後件部と前件部の学習順序について議論する．特に，初期値の設計方法は誤差最小化のための重要な課題である．通常は，乱数法などを用いて初期値を設定するが，適度な初期値から学習を開始しなければ誤差が減少しない．そこで，観測データに依存して初期値を設定する方法や観測データとは独立して初期値を設定する方法など，6 種類の初期値の設定方法を提案する．また，学習順序の設計では，前件部や後件部のみの学習法，前件部と後件部を交互に学習する方法，それらの複合形式の学習法など，5 種類の学習順序を設定し，平均誤差を用いた有意性検定等により，学習順序が結果に与える影響について議論する．

まず，台形型ファジィ推論を定義し，ファジィルールの調整のための最急降下法の定式化を行う．次に，6 種類の初期配置法を提案し，また，5 種類の学習順序についても議論する．最後に，数値例を用いた誤差の評価により，これらのハイパーパラメータの設計法について議論する．

2.　ファジィ推論

簡易型ファジィ推論 [7] は，if-then 型のルールを用いた推論メカニズムである．前件部では，メンバシップ関数のファジィ集合を定義し，後件部では，シングルトンを定義する．ここでは，三角型のメンバシップ関数を一般化した正規な台形型ファジィ集合を用いる．正規なファジィ集合とは，メンバシップ関数が連続で，メンバシップ値が 1.0 である定義域が必ず存在する凸ファジィ集合である．

いま，入力変数 x_j，$j = 1, 2, \cdots, n$ の台形型ファジィ集合 $\mu_F(x_j)$ を次の $L-R$ ファジィ集合で定義する．

$$\mu_F(x_j) = \begin{cases} L(\frac{x_b - x_j}{\alpha}) & ;\ x_j \le x_b \\ 1.0 & ;\ x_b \le x_j \le x_c \\ R(\frac{x_j - x_c}{\beta}) & ;\ x_j \ge x_c \end{cases} \tag{1}$$

ただし，下底の左端，上底の左端，上底の右端，下底の右端の座標をそれぞれ，(x_a, y_a)，(x_b, y_b)，(x_c, y_c)，(x_d, y_d) で表し，左の広がりを $\alpha = |x_b - x_a|$ で，右の広がりを $\beta = |x_d - x_c|$ で表す．なお，$L(\ )$，$R(\ )$ は型関数と呼ばれ，$\max(0,\ 1 - |x|)$ なる関数である．図 2 に正規な台形型ファジィ集合を示す．

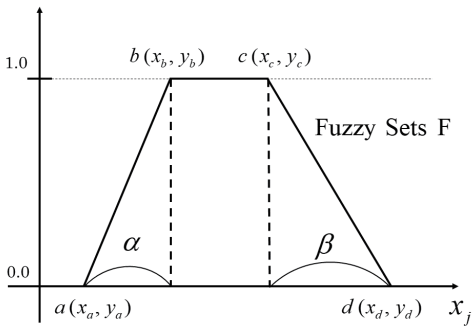

図 2　Trapezoidal Fuzzy Sets

いま，メンバシップ関数を $\mu_F(x_j)$ で表し，出力変数を z，後件部のシングルトンを p_i で表すと，i 番目のファジィルール r_i，$i = 1, 2, \cdots, R$ は次のようになる．

r_1 : if x_1 is F_{11} and $\cdots$ and x_n is F_{1n}
then $z = p_1$
$\vdots$
r_i : if x_1 is F_{i1} and $\cdots$ and x_n is F_{in}
then $z = p_i$
$\vdots$
r_R : if x_1 is F_{R1} and $\cdots$ and x_n is F_{Rn}
then $z = p_R$

このファジィルールをクラス分類のモデルとして用いるため，下記のように表す．

r_1 : if x_1 is F_{11} and $\cdots$ and x_n is F_{1n}
then $C = \{C_{1k} \mid z = p_1,$
$p_1 = g(p_{11}, \cdots, p_{1d}, \cdots, p_{1W_1})\}$
$\vdots$
r_i : if x_1 is F_{i1} and $\cdots$ and x_n is F_{in}
then $C = \{C_{ik} \mid z = p_i,$
$p_i = g(p_{i1}, \cdots, p_{id}, \cdots, p_{iW_i})\}$
$\vdots$
r_R : if x_1 is F_{R1} and $\cdots$ and x_n is F_{Rn}
then $C = \{C_{Rk} \mid z = p_R,$
$p_R = g(p_{R1}, \cdots, p_{Rd}, \cdots, p_{RW_R})\}$

ただし，C は出力クラスの変数であり，C_{ik} はルール r_i のクラス値が C_k であることを示す．また，p_{id}，$d = 1, 2, \cdots, W_i$ は当該ルール r_i の前件部でメンバシップ値の積演算が正値をもつデータ d のシングルトン，W_i はその個数，g は出力クラスを決定するための p_{id} から p_i への任意の変換関数である．

いま，入力データ $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ が得られたとしよう．第 i 番目のファジィルール r_i の前件部に入力データ $\mathbf{x}$ を入力し，前件部の適合度 $\mu_i(\mathbf{x})$ を計算する．

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \mu_{F_{i1}}(x_1) \cdot \mu_{F_{i2}}(x_2) \cdot \cdots \cdot \mu_{F_{in}}(x_n) \tag{2}$$

ファジィ推論の結果 $\hat{z}$ とクラス C は次式から求める．

$$\hat{z} = \frac{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x}) \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})}$$
$$C = \{C_k \mid \min|\hat{z} - z|\}$$

3. ハイパーパラメータの設計

入出力データが与えられたとき，ファジィ推論の結果と出力値との誤差を最小にするように，単点探索法を用いてファジィルールのパラメータを設計する．ただし，ここでは，パラメータ学習を単なるチューニング問題として捉えるのではなく，具体的なファジィルールの設計問題として捉え，多次元パラメータの決定方法を議論する．そのため，誤差を最小にすることを目的とした多次元パラメータの設計をハイパーパラメータ設計と呼ぶ．ハイパーパラメータ設計は次の 3 項目からなる．

学習係数： 前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンは最急降下法で学習され，その学習係数を決定する．

初期配置： 前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンの初期値を設定する．

学習順序： パラメータの学習順序を決定する，

学習係数を議論する前に，まずは学習法について説明する．入出力データ $(\mathbf{x}, z) = (x_1, x_2, \cdots, x_n, z)$ が得られた場合，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンは次式の評価値 E が最小となるように学習される．

$$E = \frac{1}{2}(\hat{z} - z)^2 \tag{3}$$

ここでは，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンを最急降下法で学習する．ファジィルール r_i の前件部のメンバシップ関数のパラメータ $(b_{ij}, \alpha_{ij}, c_{ij}, \beta_{ij})$ と後件部のシングルトン p_i は次式で更新される．

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) + \phi_L \cdot \triangle b_{ij} + \phi_R \cdot \triangle c_{ij}$$
$$\alpha_{ij}(t+1) = \alpha_{ij}(t) + (1 - \phi_R) \cdot \triangle \alpha_{ij}$$
$$c_{ij}(t+1) = c_{ij}(t) + \phi_L \cdot \triangle b_{ij} + \phi_R \cdot \triangle c_{ij}$$
$$\beta_{ij}(t+1) = \beta_{ij}(t) + (1 - \phi_L) \cdot \triangle \beta_{ij}$$
$$p_i(t+1) = p_i(t) + \triangle p_i$$
$$\phi_L = \begin{cases} 1 & ; \ x_a \le x_j \le x_c \\ 0 & ; \ x_c \le x_j \le x_d \end{cases}$$
$$\phi_R = \begin{cases} 0 & ; \ x_a \le x_j \le x_b \\ 1 & ; \ x_b \le x_j \le x_d \end{cases}$$

ここで，t は学習回数であり，$\triangle b_{ij}$，$\triangle \alpha_{ij}$，$\triangle c_{ij}$，$\triangle \beta_{ij}$，$\triangle p_i$ はそれぞれ，パラメータ b_{ij}，α_{ij}，c_{ij}，β_{ij}，p_i の更新量である．

$$\begin{aligned}
\triangle b_{ij} &= -K_b \cdot \frac{\partial E}{\partial b_{ij}} \\
&= -K_b \cdot \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})} \cdot (\hat{z} - z) \cdot (p_i - \hat{z}) \\
&\quad \cdot \frac{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) - y_a}{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) \cdot \alpha_{ij}} \\
\triangle \alpha_{ij} &= -K_\alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial \alpha_{ij}} \\
&= -K_\alpha \cdot \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})} \cdot (\hat{z} - z) \cdot (p_i - \hat{z}) \\
&\quad \cdot \frac{y_b - y_a}{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) \cdot \alpha_{ij}} \\
\triangle c_{ij} &= -K_c \cdot \frac{\partial E}{\partial c_{ij}} \\
&= -K_c \cdot \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})} \cdot (\hat{z} - z) \cdot (p_i - \hat{z}) \\
&\quad \cdot \frac{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) - y_d}{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) \cdot \beta_{ij}} \\
\triangle \beta_{ij} &= -K_\beta \cdot \frac{\partial E}{\partial \beta_{ij}} \\
&= -K_\beta \cdot \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})} \cdot (\hat{z} - z) \cdot (p_i - \hat{z}) \\
&\quad \cdot \frac{y_d - y_c}{\mu_{F_{ij}}(x_{ij}) \cdot \beta_{ij}}
\end{aligned}$$

$$\triangle p_i = -K_p \cdot \frac{\partial E}{\partial p_i} = -K_p \cdot \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{R} \mu_i(\mathbf{x})} \cdot (\hat{z} - z)$$

ただし，K_b，K_α，K_c，K_β，K_p は学習係数である．学習係数の個数は $(4n+1)R$ 個となる．ここでは，これらの学習係数をどのように設定するかを議論する．

次に，初期値の設定法について議論する．前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンは，データが入力されるごとに最急降下法により逐次的に学習される．この逐次学習はメンバシップ関数とシングルトンの初期値から連続的に学習されるので，学習結果は初期値に強く依存する．この初期値の設定方法を初期配置と呼ぶ．ただし，ここでは，学習効率を高める議論を優先するため，まずは，前件部のメンバシップ関数の初期配置は定義域で均等配置とし，後件部のシングルトンの初期配置のみを議論する．前件部のメンバシップ関数の初期配置の議論は今後の課題としたい．

後件部のシングルトンの初期配置として，次の 6 手法を提案する．

(1) 総和法（データ依存型）

当該ファジィルール r_i において，データ d の適合度 $\mu_i(\mathbf{x_d})$ をクラスごとに総和し，最大値となるクラスを後件部のシングルトンの初期値とする．シングルトンの初期値は観測データと強い依存関係を有する．

$$p_i = g(p_{i1}, \cdots, p_{iW_i}) = v(C_{idk}) \;\; for \;\; \{C_{idk} | \max_k \sum_{d=1}^{W_i} \mu_i(\mathbf{x_d})\}$$

ただし，$v(C_{idk})$ はクラス C_{idk} の数値化を表す．

(2) 最大法（データ依存型）

当該ファジィルール r_i において，データ d の前件部の適合度 $\mu_i(\mathbf{x_d})$ が最大値となるデータのクラスを後件部のシングルトンの初期値とする．シングルトンの初期値は観測データと強い依存関係を有する．

$$p_i = g(p_{i1}, \cdots, p_{iW_i}) = v(C_{idk}) \;\; for \;\; \{C_{idk} | \max_d \mu_i(\mathbf{x_d})\}$$

(3) 優勢法（データ依存型）

当該ファジィルール r_i において，データ d の適合度 $\mu_i(\mathbf{x_d})$ がしきい値 θ 以上となるデータ個数をクラスごとに求め，最大個数となるクラスを後件部のシングルトンの初期値とする．シングルトンの初期値は観測データと弱い依存関係を有する．

$$p_i = g(p_{i1}, \cdots, p_{iW_i}) = v(C_{idk}) \;\; for \;\; \{C_{idk} | \max_k \mathrm{card}(\mu_i(\mathbf{x_d}) \geq \theta)\}$$

ただし，$\mathrm{card}(\mu_i(\mathbf{x_d}) \geq \theta)$ は $\mu_i(\mathbf{x_d}) \geq \theta$ となるデータ d の個数を表す．なお，$\mu_i(\mathbf{x_d}) < \theta$ の場合には，あらかじめ設定された値を初期値とする．

(4) 既定法（データ独立型）

離散値である後件部のクラス値の中間値をシングルトンの初期値として設定する．シングルトンの初期値は観測データと弱い独立関係を有する．

(5) クラス乱数法（データ独立型）

乱数によって，離散値である後件部のクラス値をシングルトンの初期値として設定する．シングルトンの初期値は観測データと強い独立関係を有する．

(6) 乱数法（データ独立型）

乱数によって，後件部のシングルトンの初期値を実数で設定する．シングルトンの初期値は観測データと強い独立関係を有する．

シングルトンの初期値配置法を観測データへの関連性の強さ：$\succeq$ を用いて並べると次のようになる．この強さはデータ依存型からデータ独立型への順序となっている．

総和法 $\succeq$ 最大法 $\succeq$ 優勢法 $\succeq$ 既定法 $\succeq$ クラス乱数法 $\succeq$ 乱数法

すなわち，観測データとの依存性が最も強い手法が総和法であり，観測データとの依存性が最も弱い手法 (観測データとの独立性が最も強い手法) が乱数法である．

最後に，学習順序について議論する．学習パラメータには，前件部のメンバシップ関数のパラメータ $(b_{ij}, \alpha_{ij}, c_{ij}, \beta_{ij})$ と後件部のシングルトン p_i の合計 $(4n+1)R$ 個がある．学習順序としては，初期配置を含めて，これらのパラメータを学習する順序を議論する必要がある．学習順序として，まずは初期配置を行い，その後に前件部と後件部を学習する．

順序 1：初期値設定 → 前後件部交互学習
順序 2：初期値設定 → 前件部学習 →後件部学習
順序 3：初期値設定 → 後件部学習 →前件部学習
順序 4：初期値設定 → 前件部学習 →前後件部交互学習
順序 5：初期値設定 → 後件部学習 →前後件部交互学習

順序 1 は，初期値配置の後で前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンを交互に学習する．順序 2 と順序 3 は，一定回数のエポック数の学習の後で学習対象を切り替える．順序 4 と順序 5 は，一定回数のエポック数の学習の後で前件部と後件部を交互に学習する．なお，エポックとは，パラメータ学習のためにデータ集合を投入する回数をいう．

ハイパーパラメータの設計を次の手順で検証する．

Step 1　観測データを設定する．

Step 2　前件部のメンバシップ関数は均等配置とし，後件部のシングルトンを 6 種類の初期配置法により設定する．

Step 3　5 種類の学習順序を設定する．

Step 4　学習係数を変更し，一定のエポック回数でファジィルールを学習する．

Step 5　式 (3) の誤差値を用いた t 検定により，ハイパーパラメータの設計結果を検証する．

4. 数値データによる検証と考察

ハイパーパラメータ設計の検証に用いる数値データは，学習データと評価データを同一とし 200 個である．数値データを図 3 に示す．2 入力 1 出力の 2 群判別問題として，乱数により各入力値を [0, 1] 内で発生し，2 群クラスの実数値を 2.0（赤・○印）と 3.0（青・△印）に設定した．データの生成では，まず，入力属性 x_1 方向では，判別が過度に難しくならない程度として，2 群クラスの境界領域で 10.0% のデータの重複を許し，入力属性 x_2 方向では，同一クラスが存在するので，10.0% よりもさらにデータの重複を許して 20.0% の重複率で発生させた．次に，各入力区間 [0, 1] を 5 領域に分割し，5 種類のメンバシップ関数を設定した．データの配置として，同クラスのデータはメンバシップ関数の中心領域に配置するよりも隣接領域に配置する方がメンバシップ関数の学習が進む．一方，異クラスのデータをメンバシップ関数の中心領域に配置すると，後件部のシングルトンの初期値のクラスに過度に影響を受け，統一的な設計法の議論が困難となる．そこで，判別が過度に難しくならない程度として，入力属性 x_1 では，入力属性 x_2 の 5 種類のメンバシップ関数の隣接領域に異クラスのデータを 10.0% の重複率で発生させ，x_2 方向では，異クラスのデータを 20.0% の重複率で発生させた．

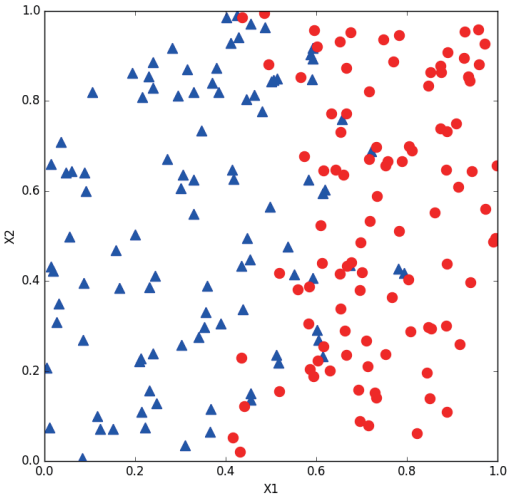

図 3　Numerical Example Data

各入力の 5 種類のメンバシップ関数の学習係数 K_b，K_α，K_c，K_β は同一とし 0.01 に設定した．後件部のシングルトンの学習係数 K_p は，0.1, 0.4, 0.7, 1.0 の等間隔で 4 種類に設定した．ルール数は 25 個であるので，学習パラメータの総数は 225 個となる．前件部と後件部の学習には，それぞれ 300 エポック回の学習を設定した．したがって，前件部と後件部の両方を学習する場合には，合計 600 エポック回となり，さらに，前件部か後件部を再学習する場合には，合計 900 エポック回となる．実験では，1 エポックごとに乱数によりデータの並び順序を変更して，600 エポック回もしくは 900 エポック回の学習を 1 試行として，30 試行の誤差平均値と分散を計算した．

ここでは，次の 3 項目でハイパーパラメータの設計結果を検証する．

学習係数： 後件部のシングルトンの学習係数を 0.1 から 1.0 まで 4 種類に設定し，誤差への影響を有意性検定により検証する．

初期配置： 前件部のメンバシップ関数は [0, 1] に均等配置し，後件部のシングルトンの初期値は 6 種類の初期配置法で設定して，誤差への影響を有意性検定により検証する．

学習順序： 初期配置，前件部学習，後件部学習の学習順序を変更し，誤差への影響を有意性検定により検証する．

ハイパーパラメータの設計を次の手順で検証した．

Step 1　数値データのデータ数を 200 個とする．

Step 2　前件部のメンバシップ関数は均等配置とし，後件部のシングルトンを 6 種類の初期配置法により設定する．

Step 3　学習順序を 5 種類の設定法により設定する．

Step 4　学習係数を 4 種類で変更し，前件部と後件部をそれぞれ 300 エポック回で学習する．ただし，1 エポックごとに一様乱数によりデータの並び順序を変更し，600 エポック回もしくは 900 エポック回の学習を 1 試行として，30 試行を学習する．

Step 5　30 試行の結果として，誤差平均値と分散を計算する．また，前件部と後件部の各学習で誤差が最小となるルールを最適ルールとしてそれぞれ保持し，全体学習の誤差平均値を計算する．式 (3) の誤差値を用いた t 検定により，ハイパーパラメータの設計結果を検証する．

結果を表 1 から表 5 に示す．表 1 は，6 種類の初期配置法で初期値を設定した後，それぞれ，前件部学習，後件部学習，前後件部交互学習による 30 試行の誤差平均値と分散，及び，誤差の最大値と最小値を示す．表 2 は，学習順序の順序 3 と順序 5 の 30 試行の誤差平均値と分散，及び，誤差の最大値と最小値を示す．表 3 は，学習順序を順序 5 の初期値設定→後件部学習→前後件部交互学習とした場合，初期値設定からそれぞれの学習過程までの 30 試行の誤差平均値について，初期配置法の左側の手法が右側の手法に有意水準 0.05 の t 検定で有意な差を認めた場合に $*$ 印で示した．なお，全体学習は，順序 5 のそれぞれの学習過程での 30 試行の誤差平均値の最小値をまとめて全体の平均値を計算した結果である．表 4 は，学習順序の順序 5 において，初期値設定と後件部学習，後件部学習と前後件部交互学習のそれぞれの誤差平均値を比較するため，学習過程の比較の p 値を示し，有意水準 0.05 に対して有意な差が認められた場合に $*$ 印を示した．表 5 は，6 種類の初期配置法に対して，順序 5 での初期値設定，後件部学習，前後件部交互学習の各学習段階での 30 試行の誤差平均値と分散を示す．また，最

表 1　Error Due to Difference in Learning Sequence

平均，最大，最小：$\times 10^{-2}$

初期配置法	誤差	初期値設定 → 前件部学習				初期値設定 → 後件部学習				初期値設定 → 前後件部交互学習			
		0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0
総和法	平均	29.674	29.532	29.606	29.571	8.676	8.676	9.040	8.676	8.770	8.653	8.574	8.460
	分散	8.90E-6	3.28E-6	6.53E-6	4.73E-6	6.03E-6	6.03E-6	8.92E-10	6.03E-6	2.99E-5	3.94E-5	3.03E-5	1.21E-5
	最大	30.131	30.070	30.133	30.087	9.035	9.035	9.046	9.035	11.339	10.803	11.093	9.574
	最小	29.384	29.403	29.399	29.426	8.171	8.171	9.034	8.171	8.171	7.809	7.902	7.699
最大法	平均	29.582	29.661	29.547	29.529	8.740	8.740	9.040	8.740	8.888	8.469	8.763	8.447
	分散	6.80E-6	7.50E-6	4.28E-6	4.00E-6	4.02E-6	4.02E-6	1.50E-9	4.02E-6	5.88E-5	6.36E-6	5.18E-5	1.37E-5
	最大	30.143	30.127	30.113	30.191	9.033	9.033	9.050	9.033	12.820	9.110	12.084	9.567
	最小	29.388	29.366	29.389	29.402	8.341	8.341	9.034	8.341	8.341	8.060	8.141	7.679
優勢法	平均	29.551	29.572	29.651	29.587	8.721	8.721	9.039	8.721	8.978	8.742	8.499	8.583
	分散	4.74E-6	5.60E-6	8.84E-6	6.02E-6	4.64E-6	4.64E-6	1.35E-9	4.64E-6	1.40E-4	4.46E-5	1.23E-5	8.73E-5
	最大	30.151	30.114	30.130	30.140	9.036	9.036	9.048	9.036	15.075	11.812	9.627	13.370
	最小	29.399	29.419	29.406	29.407	8.245	8.245	9.034	8.245	8.245	8.163	8.044	7.945
既定法	平均	29.560	29.504	29.497	29.610	8.658	8.658	9.040	8.658	8.923	8.405	8.435	8.530
	分散	4.15E-6	2.81E-6	1.81E-6	6.87E-6	4.75E-6	4.75E-6	1.22E-9	4.75E-6	1.14E-4	5.67E-6	9.26E-6	9.49E-6
	最大	30.115	30.132	30.129	30.119	9.034	9.034	9.048	9.034	13.364	8.802	9.074	9.420
	最小	29.429	29.400	29.387	29.404	8.353	8.353	9.033	8.353	8.353	7.813	7.871	8.008
クラス乱数法	平均	29.805	29.657	29.528	29.522	8.619	8.619	9.039	8.619	8.674	8.693	8.530	8.516
	分散	6.90E-5	1.44E-5	3.42E-6	3.72E-6	6.02E-6	6.02E-6	1.38E-9	6.02E-6	1.58E-5	3.91E-5	7.97E-6	2.80E-5
	最大	34.015	31.212	30.100	30.111	9.042	9.042	9.048	9.042	10.215	11.258	9.023	10.848
	最小	29.415	29.408	29.401	29.390	8.037	8.037	9.030	8.037	8.037	7.826	7.872	7.887
乱数法	平均	29.553	29.604	29.499	29.532	8.688	8.688	9.039	8.688	9.092	8.738	8.476	8.456
	分散	4.40E-6	6.99E-6	2.88E-6	3.93E-6	4.38E-6	4.38E-6	1.46E-9	4.38E-6	2.42E-4	4.85E-5	1.29E-5	6.98E-6
	最大	30.111	30.126	30.153	30.131	9.041	9.041	9.046	9.041	16.094	11.644	9.538	8.968
	最小	29.415	29.390	29.361	29.384	8.271	8.271	9.032	8.271	8.271	8.043	7.938	7.826

表 2　Comparison of Two Learning Sequences

平均，最大，最小：$\times 10^{-2}$

初期配置法	誤差	初期値設定 → 後件部学習 → 前件部学習				初期値設定 → 後件部学習 → 前後件部交互学習			
		0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0
総和法	平均	9.030	9.030	9.038	9.054	8.676	8.527	8.505	8.442
	分散	5.10E-13	6.31E-11	1.05E-9	6.60E-9	6.03E-6	1.04E-5	9.42E-6	9.09E-6
	最大	9.030	9.032	9.044	9.070	9.035	9.032	9.037	9.061
	最小	9.029	9.028	9.031	9.040	8.171	7.809	7.902	7.699
最大法	平均	9.030	9.030	9.038	9.052	8.740	8.467	8.624	8.429
	分散	5.91E-13	3.66E-11	7.70E-10	6.42E-9	4.02E-6	6.04E-6	9.45E-6	1.06E-5
	最大	9.030	9.031	9.045	9.066	9.033	9.030	9.046	9.068
	最小	9.029	9.029	9.032	9.037	8.341	8.060	8.141	7.679
優勢法	平均	9.030	9.030	9.038	9.051	8.721	8.615	8.472	8.439
	分散	6.60E-13	4.04E-11	1.02E-9	7.56E-9	4.64E-6	8.40E-6	8.00E-6	9.55E-6
	最大	9.030	9.031	9.045	9.069	9.036	9.032	9.044	9.061
	最小	9.029	9.029	9.031	9.034	8.245	8.163	8.044	7.945
既定法	平均	9.03	9.03	9.038	9.052	8.658	8.405	8.434	8.512
	分散	7.89E-13	8.45E-11	1.21E-9	4.61E-9	4.75E-6	5.67E-6	9.10E-6	7.09E-6
	最大	9.030	9.033	9.048	9.063	9.034	8.802	9.035	9.069
	最小	9.029	9.029	9.033	9.038	8.353	7.813	7.871	8.008
クラス乱数法	平均	9.030	9.030	9.038	9.071	8.619	8.586	8.530	8.447
	分散	3.67E-13	3.88E-11	9.69E-10	9.58E-7	6.02E-6	1.09E-5	7.97E-6	9.04E-6
	最大	9.030	9.032	9.045	9.597	9.042	9.031	9.023	9.063
	最小	9.029	9.029	9.033	9.043	8.037	7.826	7.872	7.887
乱数法	平均	9.030	9.030	9.038	9.051	8.688	8.588	8.455	8.456
	分散	3.59E-13	4.80E-11	1.26E-9	3.68E-9	4.38E-6	7.91E-6	9.57E-6	6.98E-6
	最大	9.030	9.032	9.048	9.065	9.041	9.031	9.046	8.968
	最小	9.029	9.029	9.032	9.041	8.271	8.043	7.938	7.826

適ルールによる誤差平均値と分散を全体学習として示した．

まず，「学習順序」について議論する．表 1 において，順序 2 及び順序 4 の初期配置後に前件部を学習する場合と順序 3 及び順序 5 の後件部を学習する場合，及び，順序 1 の前後件部交互学習を行う場合の誤差平均値を比較すると，明らかに初期配置後に前件部を学習する誤差は大きい．例えば，前件部学習の誤差平均値は 0.29497〜0.29805 であり，後件部学習の 0.08619〜0.09040 や前後件部交互学習の 0.08405〜0.09092 よりも大きい．前件部のメンバシップ関数は，後件部のシングルトンのクラスの領域を規定しているといえるので，シングルトンがまだ十分に学習されていない段階で領域を学習しても誤差は小さくならないと考えられる．この問題は，パラメータ空間の最適解を多点で探索する多点探索法ではなく，単点で探索する単点探索法の課題でもあるともいえる．すなわち，前件部の学習はむしろルールの微調整の意味と解釈する方が良い．一方，初期配置後の後件部学習と前後件部交互学習を比較すると，前後

表 3　Comparison between Initial Setting Methods

初期配置法		初期値設定				後件部学習				前後件部交互学習				全体学習			
		0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0
総和法	最大法	*	*	*	*	*	*		*					*	*	*	
	優勢法	*	*	*	*	*		*	*					*	*	*	
	既定法	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	*	*
	クラス乱数法	*	*	*	*	*	*	*	*					*	*	*	*
	乱数法	*	*	*	*		*	*	*						*	*	
最大法	総和法	*	*	*	*	*	*		*					*	*	*	
	優勢法	*	*	*	*	*	*		*		*			*	*	*	
	既定法	*	*	*	*		*	*	*					*			*
	クラス乱数法	*	*	*	*	*		*						*	*	*	*
	乱数法	*	*	*	*	*		*	*					*	*	*	
優勢法	総和法	*	*	*	*	*		*	*					*	*	*	
	最大法	*	*	*	*	*	*		*		*			*	*	*	
	既定法	*		*	*	*	*	*			*			*	*	*	*
	クラス乱数法	*	*	*	*	*			*					*		*	
	乱数法	*	*	*	*		*		*					*	*		
既定法	総和法	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	*	*
	最大法	*	*	*	*		*	*	*					*			*
	優勢法	*		*	*	*	*	*			*			*	*	*	*
	クラス乱数法	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*	*	*
	乱数法	*	*	*	*	*	*	*			*			*	*		*
クラス乱数法	総和法	*	*	*	*	*	*	*	*					*	*	*	
	最大法	*	*	*	*	*		*						*	*	*	*
	優勢法	*	*	*	*	*			*					*		*	
	既定法	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*	*	*
	乱数法	*	*	*	*	*	*		*					*		*	
乱数法	総和法	*	*	*	*		*	*	*						*	*	
	最大法	*	*	*	*	*		*	*					*	*	*	
	優勢法	*	*	*	*		*		*					*	*		
	既定法	*	*	*	*	*	*	*			*			*	*		*
	クラス乱数法	*	*	*	*	*	*		*							*	

件部交互学習の方が誤差平均値が小さい．しかし，誤差の分散では，前後件部交互学習の方が大きい．例えば，後件部学習の最小誤差は 0.08037〜0.09034 であり，最大誤差は 0.09033〜0.09050 であり，分散は 8.92E-10〜6.03E-6 であるが，前後件部交互学習の最小誤差は 0.07679〜0.08353 であり，最大誤差は 0.08802〜0.16094 であり，分散は 5.67E-6〜2.42E-4 であるので，前後件部交互学習の方が誤差のばらつきが大きい．これらの観点から，順序 3 や順序 5 の後件部学習の方が，誤差順序 1 の初期配置後の前後件部交互学習よりも安定的に誤差が小さくなるファジィルールを得ることができる．さらに，この安定的に誤差が小さくなる順序 3 と順序 5 を比較したのが表 2 である．どの初期配置法であっても，順序 5 の初期値設定→後件部学習→前後件部交互学習の誤差平均値は，順序 3 の初期値設定→後件部学習→前件部学習の場合よりも小さい．したがって，5 種類の学習順序の中で，順序 5 の初期値設定→後件部学習→前後件部交互学習が最もよい学習法といえる．表 3 は，学習順序を順序 5 とした場合，初期値設定からそれぞれの学習過程までの 30 試行の誤差平均値について，初期配置法の左側の手法が右側の手法に有意水準 0.05 の t 検定で有意な差を認めた場合に $*$ 印で示しており，全体学習は，順序 5 のそれぞれの学習過程での 30 試行の誤差平均値の最小値をまとめて全体の平均値を計算した結果である．後件部学習での初期配置法の比較では有意な差が認められたが，前後件部交互学習では有意な差が認められなかった．一方，全体学習では，初期配置法の誤差平均値に有意な差が認められた．これらの結果から，初期配置法の違いは，後件部学習に影響を与えるが，前件部学習にはあまり影響を与えていない．また，後件部学習への影響は全体の誤差平均値にも影響を与えている．さらに，表 4 において，初期値設定→後件部学習の比較の p 値，及び，後件部学習→前後件部学習の比較の p 値から，どちらも t 検定で有意であるが，初期値設定→後件部学習の比較の p 値の方が小さい．特に，総和法や最大法のデータ依存型手法及び既定法の初期値設定→後件部学習の比較の p 値が極めて小さい．これらの結果から，初期値設定から後件部学習の段階で，ファジィルールが大きく学習されていることがわかる．すなわち，ここでの数値例では，ファジィルールの学習は，後件部のシングルトン学習が誤差減少へ与える影響が大きく，前件部のメンバシップ関数の学習は，むしろルールの微調整の意味が強いといえる．

次に，「学習係数」について議論する．表 5 は学習順序 5 の各学習段階での誤差平均値と分散を示し，全体学習の誤差平均値と分散を示す．表 5 において，後件部学習では，誤差平均値の最小値は全ての初期配置法で学習係数が 0.4 の 0.09031 であった．その次に小さな誤差平均値は，全ての初期配置法で学習係数が 0.1 の 0.09033〜0.09036 であった．誤差平均値の最大値は，全ての初期配置法で学習係数が 1.0 の 0.09054〜0.09058 であった．また，分散も大きい．学習係数が 0.7 の場合も，誤差平均値は大きく分散も大きい．本事例として取り上げた数値データでは，2 群クラスの値の差は $3.0 - 2.0 = 1.0$ となっているので，これらの結果から，後件部のシングルトン学習の学習係数は，クラス間の実数値の差の 1/2 よりも小さな値に設定す

表 4　Comparison between Learning Processes

初期配置法	比較	0.1		0.4		0.7		1.0	
		p 値	有意性	p 値	有意性	p 値	有意性	p 値	有意性
総和法	初期値設定 → 後件部学習	1.05E-155	*	6.01E-134	*	1.26E-118	*	2.78E-107	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	1.15E-8	*	2.57E-9	*	2.25E-10	*	5.04E-12	*
最大法	初期値設定 → 後件部学習	1.55E-158	*	8.92E-134	*	3.48E-118	*	1.31E-106	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	2.60E-9	*	5.21E-13	*	1.48E-11	*	3.33E-12	*
優勢法	初期値設定 → 後件部学習	9.36E-74	*	7.17E-72	*	1.27E-73	*	5.50E-74	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	1.11E-8	*	1.53E-8	*	8.46E-12	*	6.91E-12	*
既定法	初期値設定 → 後件部学習	6.10E-160	*	1.78E-137	*	2.35E-121	*	2.51E-108	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	3.40E-10	*	1.37E-14	*	8.08E-12	*	3.09E-12	*
クラス乱数法	初期値設定 → 後件部学習	1.98E-38	*	2.00E-41	*	2.81E-41	*	4.33E-40	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	3.48E-10	*	5.27E-8	*	9.77E-11	*	4.53E-12	*
乱数法	初期値設定 → 後件部学習	1.37E-39	*	6.24E-45	*	2.20E-41	*	7.84E-44	*
	後件部学習 → 前後件部交互学習	5.83E-10	*	2.28E-9	*	3.36E-11	*	2.74E-13	*

表 5　Error by Learning Parameters and Initial Setting Methods

平均：$\times 10^{-2}$

初期配置法	誤差	初期値設定				後件部学習				前後件部交互学習				全体学習			
		0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0	0.1	0.4	0.7	1.0
総和法	平均	41.550	41.550	41.550	41.550	9.034	9.031	9.040	9.054	8.770	8.653	8.574	8.460	8.676	8.527	8.505	8.442
	分散	1.2E-32	1.2E-32	1.2E-32	1.2E-32	2.5E-12	7.8E-11	8.9E-10	5.4E-9	3.0E-5	3.9E-5	3.0E-5	1.2E-5	6.0E-6	1.0E-5	9.4E-6	9.1E-6
最大法	平均	44.511	44.511	44.511	44.511	9.033	9.031	9.040	9.058	8.644	8.458	8.592	8.456	8.740	8.467	8.624	8.429
	分散	1.1E-31	1.1E-31	1.1E-31	1.1E-31	1.9E-12	9.6E-11	1.1E-9	7.2E-9	4.3E-5	1.1E-5	8.6E-5	1.6E-5	4.0E-6	6.0E-6	9.4E-6	1.1E-5
優勢法	平均	56.287	56.293	56.251	56.247	9.035	9.031	9.039	9.055	8.978	8.742	8.499	8.583	8.721	8.615	8.472	8.439
	分散	2.4E-6	3.2E-6	2.5E-6	2.5E-6	4.2E-11	1.4E-10	1.3E-9	6.5E-9	1.4E-4	4.5E-5	1.2E-5	8.7E-5	4.6E-6	8.4E-6	8.0E-6	9.6E-6
既定法	平均	56.348	56.348	56.348	56.348	9.033	9.031	9.040	9.056	8.923	8.405	8.435	8.530	8.658	8.405	8.434	8.512
	分散	4.9E-32	4.9E-32	4.9E-32	4.9E-32	2.7E-12	9.5E-11	1.2E-9	9.7E-9	1.1E-4	5.7E-6	9.3E-6	9.5E-6	4.8E-6	5.7E-6	9.1E-6	7.1E-6
クラス乱数法	平均	59.820	59.509	60.064	59.622	9.036	9.031	9.039	9.058	8.674	8.693	8.530	8.516	8.619	8.586	8.530	8.447
	分散	7.4E-4	4.5E-4	4.8E-4	5.7E-4	1.2E-9	6.5E-11	1.4E-9	5.5E-9	1.6E-5	3.9E-5	8.0E-6	2.8E-5	6.0E-6	1.1E-5	8.0E-6	9.0E-6
乱数法	平均	61.713	60.861	61.511	61.376	9.035	9.031	9.039	9.056	9.092	8.738	8.476	8.456	8.688	8.588	8.455	8.456
	分散	6.6E-4	2.7E-4	5.0E-4	3.6E-4	1.2E-9	1.0E-10	1.5E-9	6.5E-9	2.4E-4	4.8E-5	1.3E-5	7.0E-6	4.4E-6	7.9E-6	9.6E-6	7.0E-6

ることが推奨される．一方，前後件部交互学習では，誤差平均値が最小となる学習係数は 0.7 や 1.0 の場合が多い．前後件部交互学習では，前件部のメンバシップ関数と後件部のシングルトンを交互に学習するので，後件部の学習係数は前件部のメンバシップ関数の学習の振る舞いを含める必要があり，後件部学習の場合よりも比較的，大きな値とすることが推奨される．

最後に，「初期配置」について議論する．表 5 の全体学習において，誤差平均値が最小となる初期配置法は 0.08405 の既定法であるが，初期値設定終了時の誤差平均値の最小値は総和法の 0.41550 であり，最大法の 0.44511 はそれに次いで小さい．一方，初期値設定終了時の誤差平均値の最大値は学習係数が 0.1 の乱数法の 0.61713 であり，クラス乱数法がそれに次いで大きい，優勢法と既定法はその中間に属する．したがって，誤差平均値の小さい順に初期配置法を並べると，総和法 ≻ 最大法 ≻ 優勢法 ≻ 既定法 ≻ クラス乱数法 ≻ 乱数法となる．この順序は，データ依存型からデータ独立型手法の順序と一致している．また，表 4 において，すべての初期配置法で有意性が認められたが，データ依存型の総和法や最大法の初期値設定→後件部学習の比較の p 値は極めて小さい．また，初期値設定→後件部学習の比較の p 値を後件部学習→前後件部交互学習の比較の p 値で除算すると，総和法や最大法は，クラス乱数法や乱数法よりも遥かに小さい値を示した．また，既定法もかなり小さい値を示した．これらの結果から，データ依存型手法を用いた初期値設定は，学習に効果的に有用であることがわかる．結果として，初期配置法の有用性を示すと，(総和法，最大法) ≻ (優勢法，既定法) ≻ (クラス乱数法，乱数法) となる．

以上，数値データが必ずしも十分な質と量とはいえないが，これらの解析結果から，ハイパーパラメータの設計に関し，次の点が明らかになった．

- ここでの数値例では，学習順序の中で最も有効的な学習順序は，順序 5 の初期値設定→後件部学習→前後件部交互学習である．後件部のシングルトンがまだ十分に学習されていない段階で前件部のメンバシップ関数を学習すると誤差が大きくなる．前件部のメンバシップ関数の学習はむしろルールの微調整の意味と解釈する方が良い．
- 後件部のシングルトン学習では，学習係数はクラス間の出力値の 1/2 よりも小さな値に設定することが推奨される．また，前後件部交互学習では，学習係数はクラス間の出力値の 1/2 よりも大きな値に設定することが推奨される．
- 全体学習の誤差平均値が最小となる手法は最大法である．また，データ依存型手法は初期値設定→後件部学習の過程で誤差が大きく減少しており，データ依存型手法は学習に効果的に有用であるといえる．初期配置法の有用性を示すと，(総和法，最大法) ≻ (優勢法，既定法) ≻ (クラス乱数法，乱数法) となる．
- 初期配置法の違いは，後件部学習に大きく影響を与え，全体の誤差平均値にも影響を与える．初期配置法の違いが，後件

部のシングルトン学習の誤差減少へ影響を与え，前件部のメンバシップ関数の学習はルールの微調整となる．

5. おわりに

本論文では，単点学習法を用いた学習型の台形型ファジィ推論のハイパーパラメータの設計法について議論した．数値例から，学習係数と初期配置法，学習順序の特性を明らかにし，最も効果的な学習係数がクラス間の出力値の 1/2 をしきい値とすることや学習に効果的な初期配置法はデータ依存型手法であること，及び，有用的な学習順序法は初期値設定→後件部学習→前後件部交互学習であることを得た．また，後件部のシングルトン学習が誤差減少へ与える影響が大きく，前件部のメンバシップ関数の学習はむしろルールの微調整の意味が強いことを得た．しかし，本論文での数値データが必ずしも十分な質と量とはいえないので，今後，様々な質と量の数値データを用いてハイパーパラメータの設計法をさらに検証するとともに，ここで議論したハイパーパラメータの設計法を活かし，実際のパターン分類の事例に応用して，学習型の台形型ファジィ推論の応用可能性を検証する必要がある．

参 考 文 献

[1] L.A.Zadeh: *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Systems*, World Scientific Press (1996).

[2] E.H.Mamdani: Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant, *Proc. of Institution of Electrical Engineers*, Vol.121, No.12, pp.1585-1588 (1974).

[3] 林：家電製品へのファジィ制御の応用状況，電気学会論文誌 *C* 部門，Vol.113，No.7，pp.466-473 (1993)

[4] 野村，林，若見：デルタルールによるファジィ推論の自動チューニング手法と障害物回避への応用，日本ファジィ学会誌，Vol.4，No.2，pp.379-388 (1992)

[5] Y.Shi and M.Mizumoto: A learning algorithm for tuning fuzzy inference rules, *Proc. of 1999 IEEE International Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE1999)*, Vol.1, pp.378-382 (1999).

[6] M.S.Chen: A Comparative Study of Learning Methods in Tuning Parameters of Fuzzy Membership Functions, *Proc. of 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (IEEE-SMC99)*, Vol.3, pp.40-44 (1999).

[7] 市橋，渡邊：簡略ファジィ推論を用いたファジィモデルによる学習型制御，日本ファジィ学会誌，Vol.2，No.3，pp.429-437 (1990)

[8] 石渕，野崎，田中：ファジィルールを用いたパターン識別，日本ファジィ学会誌，Vol.5, No.1, pp.74-84 (1993)

[9] 石渕，森澤：ファジィ識別システムにおけるメンバシップ関数の調整，システム制御情報学会誌，Vol.10, No.5, pp.223-235 (1997)

[10] 馬野，福中，鳩野，田村：忘却の概念を用いたファジィ・ニューラルネットワークによるファジィルールの抽出，計測自動制御学会論文集，Vol.32, No.3, pp.409-416 (1996)

[11] C.F.Juang and C.Y.Wang: A self-Generating Fuzzy System with Ant and Particle Swarm Cooperative Optimization, *Expert Systems with Applications*, Vol.36, No.3, pp.5362-5370 (2009).

[12] H.Habbi, M.Kidouche and M.Zelmat: Data-driven Fuzzy Models for Nonlinear Identification of a Complex Heat Exchanger, *Applied Mathematical Modelling*, Vol.35, pp.1470-1482 (2011).

[13] H.Habbi, Y.Boudouaoui, D.Karaboga and C.Ozturk: Self-generated Fuzzy Systems Design Using Artificial Bee Colony Optimization, *Information Sciences*, Vol.295, pp.145-159 (2015).

[14] M.B.Gorzalczany and F.Rudzinski: Interpretable and Accurate Medical Data Classification - A Multi-objective Genetic-fuzzy Optimization Approach, *Expert Systems with Applications*, Vol.71, pp.26-39 (2017).

［問い合わせ先］
〒569-1095 大阪府高槻市霊仙寺町 2-1-1
関西大学大学院 総合情報学研究科　林 勲
TEL: 072-690-2448
FAX: 072-690-2491
E-mail: ihaya@cbii.kutc.kansai-u.ac.jp
https://www.cbii.kutc.kansai-u.ac.jp

著 者 紹 介

入江（いりえ） 穂乃香（ほのか）［学生会員］

2019 年関西大学総合情報学部卒業，2019 年関西大学大学院総合情報学研究科入学．現在，学習型ファジィ推論のハイパーパラメータの解析，および，アンサンブル型クラスタリングモデルと視覚データの解析に関する研究に従事．日本知能情報ファジィ学会の会員．

林（はやし） 勲（いさお）［正会員］

1981 年大阪府立大学工学部経営工学科卒業後，シャープ (株) 入社．1985 年大阪府立大学大学院工学研究科経営工学専攻博士前期課程修了．松下電器産業 (株)(現パナソニック (株)) 中央研究所を経て，1993 年阪南大学商学部経営情報学科講師，1997 年経営情報学部教授．2004 年より関西大学総合情報学部総合情報学科教授．1997 年南オーストラリア州立大学 KES 招聘研究員，1999 年米国ボストン大学大学院 CNS 招聘研究員，2010 年米国ボストン大学大学院 CNS 招聘教授．神経回路モデルを用いた視覚モデル，ファジィインタフェースによる脳とロボットとの相互結合モデル，動作解析とスポーツ戦略の研究に従事．工学博士．日本知能情報ファジィ学会第 13 期 14 期副会長，第 15 期会長．米国電気電子学会 (IEEE-CIS)，日本知能情報ファジィ学会，日本神経回路学会，日本視覚学会，日本基礎心理学会，システム制御情報学会等の会員．

Design Evaluation of Learning Type Fuzzy Inference Using Trapezoidal Membership Function

by

Honoka IRIE and Isao HAYASHI

Abstract:

Trapezoidal fuzzy inference is a general form of triangular fuzzy reasoning, that has proven to be effective at solving various types of inference problems. When used as a clustering method, fuzzy inference allows for adjusting cluster boundaries with each new datapoint. In trapezoidal fuzzy inference, both the membership function for the antecedent part and the singleton real value of the consequent part need to be learned. However, in typical applications of fuzzy inference, there is not much discussion of the appropriate way to construct fuzzy rules as a design problem. For example, when coding program, it is not clear how to determine the learning coefficients of the membership function and singleton, how to set their initial values, or how to schedule the learning sequence of the various parts of fuzzy rules. In this paper, we frame the problem of parameter adjustment for fuzzy rules not as a tuning problem but rather, as a design problem. We focus in particular on how to learn coefficients both for the membership functions of the antecedent part and the singletons of the consequent part, how to set initial values, and how to determine the learning sequence of consequent and antecedent parts. We start with a definition of trapezoidal fuzzy inference and introduce the steepest descent method for adjusting fuzzy rules. Next, we propose six new methods for initializing parameters, and five ways to schedule the learning sequence. We discuss the accuracy of the proposed design methods in light of quantitative evaluations performed on sample datasets. g

Keywords: Trapezoidal Membership Function, Learning Type Fuzzy Inference, Hyperparameter, Design Evaluation, Significance Test

Contact Address: **Isao Hayashi, Graduate School of Informatics, Kansai University**
2-1-1, Ryozenji-cho, Takatsuki, Osaka 569-1095, Japan
TEL: +81-72-690-2448
FAX: +81-72-690-2491
E-mail: ihaya@cbii.kutc.kansai-u.ac.jp
https://www.cbii.kutc.kansai-u.ac.jp