TAM Network のプルーニング手法の一提案
A Study on Pruning Methods for TAM Network

林　勲
Isao Hayashi
阪南大学 経営情報学部
Hannan University

前田 利之
Toshiyuki Maeda
福山平成大学 経営学部
Fukuyama Heisei University

Abstract The TAM Network (Topographic Attentive Mapping Network) based on a biologically-motivated neural network model is an especially effective model. When the network makes an incorrect output prediction, the attentional feedback circuit modulates the learning rates and adds a node to the category layer in order to improve the network's prediction accuracy. In this paper, a pruning method for reducing the number of category and feature nodes is formulated. We discuss here the formulation and show its usefulness through some examples.

はじめに

人間の視覚系では，網膜へ入力された光情報は桿体細胞や錐体細胞の光受容細胞からガングリオン細胞に入り，外側膝状体を介して第 1 視覚野に入力され，コラム構造で方位や方向，色などが識別処理された後，側頭葉で形状が認識される [1]．この視覚系をモデル化したニューラルネットワークに，ネオコグニトロン [2]，ARTMAP[3]，fuzzy ARTMAP[4], TAM[5] などがある．特に，ARTMAP, fuzzy ARTMAP, TAM は共振学習とビジランス・パラメータをネットワーク内部に持ち，パターン認識において有効な手法である．

TAM(Topographic Attentive Mapping) ネットワークは，入力層，カテゴリー層，クラス層の 3 層構造からなる．入力層はガングリオン細胞に対応し，受容野の ON センター OFF サラウンド反応 (OFF センター ON サラウンド反応) の機能を模擬するため，属性データを分布データとして取り扱う．カテゴリー層は外側膝状体に対応し，視覚野への中継機能と興奮性・抑制性学習を構造化している．出力層は第 1 視覚野のコラム構造あるいは側頭葉を構造化している．出力値と教師値に差がある場合，視覚野からカテゴリー層への選択的注意のフィードバック回路を模擬してカテゴリー・ノードの増加とビジランス・パラメータによる抑制性学習を行う．興奮・抑制性学習とカテゴリー・ノードの自己増加により，パターン・データに対して高精度の認識を導出できる．しかし，カテゴリー・ノードの増加は正のみに限定されているので，学習データに対して過剰学習となり，必ずしも評価データに対して有用な結果が導出できない場合がある．

本研究では，入力層，カテゴリー層，出力層の各ノードのプルーニングを行う新たな手法を提案する．一般に，ニューラルネットワークのプルーニング手法には，付加的評価関数を用いて学習する方法と学習後に各ノードの増減に対する精度を測定する方法とがある [6]．付加的評価関数を用いる方法では，誤差関数に情報量などの評価関数を追加し学習パラメータの更新関数に減少関数を加えて，パラメータ値を衰退させる．一方，ノード増減の精度を測定する方法では，学習後の各層のノード数や結合値を増減させ，誤差関数を評価する．本研究では，これらの 2 つの手法とは異なる新たな方法を提案する．提案するプルーニング過程では，情報量 [7][8] を用いて入力層の各属性の重要度を順次計算し，3 層間の結合の強さを評価して結合を削減する．結合の強さを評価するため，占有度を用いた 3 種類のプルーニング・ルールを定義する．このプルーニング・ルールを用いてアルゴリズムを定式化した．ネットワークでは，属性値が順序付けられるだけでなく，カテゴリー・ノードも重要度の順序付けできる．ここでは，本手法の定式化とアルゴリズムを説明し，数値例を用いて本手法の有効性を検証する．

TAM ネットワーク

TAM ネットワークの構造を図 1 に示す．カテゴリー層では，属性ノード f_i への分布データ f_{ih} と学習パラメータ w_{jih} との活性値 x_{ji} を計算し，出力層への出力 y_j を得る．

$$x_{ji} = \frac{\sum_{h=1}^{L} f_{ih} w_{jih}}{1+\rho^2 b_{ji}} \tag{1}$$

$$y_j = \prod_{i=1}^{M} x_{ji} \tag{2}$$

ただし，ρ はビジランス・パラメータ，b_{ji} は抑制パラメータである．

TAM ネットワークの出力値 K は次式より得られる．

$$z_k = \sum_{j=1}^{N} y_j p_{jk} \tag{3}$$

$$K = \{k | \max_k z_k\} \tag{4}$$

ただし，p_{jk} は出力ノードでのカテゴリーに対する学習パラメータである．

いま，K^* を正しい教師値としよう．K が K^* と一致しない場合には，“選択的注意” を発動し，ビジランス・パラメータ ρ は初期値 $\rho = 0$ から上昇し，b_{ji} とともにカテゴリーの各ノードの活性値を抑制する．ρ は $z_{K^*}/z_K \geq OC$ の条件が満足されるか最大値になるまで上昇し，最大値になった場合には，カテゴリー層のノードを 1 個分増加させる．

$$\begin{array}{l} \text{If } \ z_{K^*}/z_K < OC \ \text{ then repeat} \\ \quad (a) \ \ \rho = \rho + \rho^{(step)} \\ \quad (b) \ \text{equation } (1)-(4) \\ \text{until either } \ z_{K^*}/z_K \geq OC \ \text{ or } \ \rho \geq \rho^{(max)} \end{array} \tag{5}$$

ただし，OC は評価のためのしきい値である．

一方，$z_{K^*}/z_K \geq OC$ を満足する場合には，学習モードに入る．まず，カテゴリー層へのフィードバック信号 y_j^* を計算する．

$$z_k^* = 1 \text{ if } k = K^*; \quad z_k^* = 0 \text{ otherwise} \tag{6}$$

$$y_j^* = \frac{\prod_{i=1}^{M} x_{ji} \times \sum_{k=1}^{U} z_k^* p_{jk}}{\sum_{j'=1}^{N} \prod_{i=1}^{M} x_{j'i} \times \sum_{k=1}^{U} z_k^* p_{j'k}} \tag{7}$$

各学習パラメータ $w_{jih},\ p_{jk},\ b_{ji}$ は次式で更新する．

$$\triangle n_j = \alpha y_j^* (1 - n_j) \tag{8}$$

$$\beta(M) = \frac{\lambda^{1/M}}{1 - \lambda^{1/M}}, \quad \lambda \in (0,1) \tag{9}$$

$$p_j^{(rate)} = \frac{\alpha}{\alpha + n_j} \tag{10}$$

$$\triangle w_{jih} = \frac{\alpha y_j^* (f_{ih} - w_{jih})}{\alpha\beta(M) + n_j} \tag{11}$$

$$\triangle p_{jk} = \frac{\alpha p_j^{(rate)} y_j^* (z_k^* - p_{jk})}{\alpha + n_j} \tag{12}$$

$$\triangle b_{ji} = b_j^{(rate)} y_j^* (x_{ji} - b_{ji}) \tag{13}$$

パラメータの調整はネットワークへデータが逐次的に投入されるごとに行い，全学習データを 1 エポックとして数エポック回数分の学習を行う．

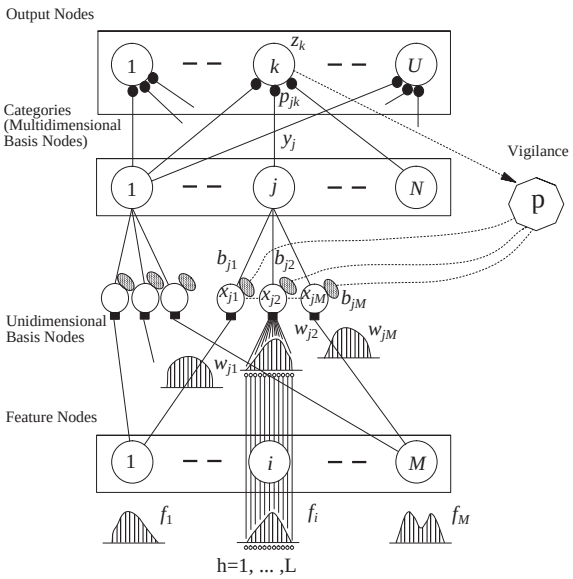

Fig. 1: TAM Network

プルーニング・アルゴリズム

いま，R 個の属性データ $f_{si},\ s = 1, 2, \cdots, R$ と教師値のクラス k からなる学習データ D が与えられたとする．プルーニング過程では，まず全データを学習用データと評価用データに分割する．次に，学習データを用いて入力層の各属性の重要度を次式の情報量 $H(i)$ により計算し，値の大きい属性から順に選択する．

$$H(i) = -\sum_{j=1}^{N} g_j \sum_{k=1}^{U} G_{jk} \log_2 G_{jk} \tag{14}$$

ただし，

$$g_j = \frac{\sum_{s=1}^{R} x_{jis}}{\sum_{j=1}^{N} \sum_{s=1}^{R} x_{jis}} \tag{15}$$

$$G_{jk} = \frac{\sum_{s \in \psi_k} \gamma_{js} \times p_{jk}}{\sum_{s=1}^{R} \gamma_{js} \times p_{jk}} \tag{16}$$

$$\gamma_{js} = \prod_{i \in I^*} x_{jis} \times x_{jis} \tag{17}$$

ここで，ψ_k は D でのクラス k をもつデータの集合とし，I^* はいままでに選択された属性の集合とする．

(15) 式の g_j は，全てのカテゴリーにおける j 番目のカテゴリーの活性値の占有度を表し，(16) 式の G_{jk} は，D における $s \in \psi_k$ のデータ s の活性値の累積占有度を表す．

選択する属性 i^* は次式より求める．

$$i^* = \{i | \max_i H(i)\} \tag{18}$$

(14) ~ (18) の属性を順に選択する過程において，次の 3 つの観点から入力層，カテゴリー層，出力層での各結合の強さを評価する．

- 第 j 番目のカテゴリーにおいて，各クラスとの結合の強さを評価する．
- 第 j 番目のカテゴリーにおいて，入力層の各属性との結合の強さを評価する．
- 第 k 番目のクラスにおいて，各カテゴリーとの結合の強さを評価する．

これらを次のプルーニング・ルールとして表現する．

【プルーニング・ルール 1】

第 j 番目のカテゴリーにおいて，第 k 番目のクラスとの間で次の条件を満足した場合，第 j 番目のカテゴリーと第 $k',\ k' = 1, 2, \cdots, U,\ k' \neq k$ 番目のクラスとの結合を削除する．同時に，第 j 番目のカテゴリーと第 $i' \notin I^*$ 番目の属性との結合を削除する．ただし，η はしきい値である．

$$G_{jk} \geq \eta \tag{19}$$

プルーニング過程において，次の性質は有用である．

【性質 1】

次のプルーニング過程で，$\sum_{s \in \psi_k} x_{ji''s} \geq \sum_{s \notin \psi_k} x_{ji''s}$ を満足する属性 i'' が選択された場合には，そのプルーニング過程でも (19) 式は満足される．

【プルーニング・ルール 2】

第 j 番目のカテゴリーにおいて，次の条件を満足した場合，第 j 番目のカテゴリーと i 及び $i' \notin I^*$ 番目の属性との結合を削除する．ただし，θ はしきい値である．

$$\frac{1}{R} \sum_{s=1}^{R} \gamma_{js} < \theta \tag{20}$$

【性質 2】

カテゴリー j において，(20) 式が一度満足されると，次のプルーニング過程でもこの条件は満足される．

いま，クラス k において，TAM ネットワークの出力値と教師値とが一致する第 s 番目のデータに対して，全カテゴリー

における第 j 番目のカテゴリー出力の累積占有度を次式で定義する．

$$\varphi_{jK} = \frac{\sum_{s\in\Gamma_K} \gamma_{js} \times p_{jK}}{\sum_{j=1}^{N} \sum_{s\in\Gamma_K} \gamma_{js} \times p_{jK}} \tag{21}$$

ただし，$\Gamma_K = \{s|\ K = K^*,\ K = \max_k \sum_{j=1}^{N} y_j p_{jk}\}$ ．

φ_{jk} は，出力値と教師値とが一致する場合の j 番目のカテゴリーの占有度を表しているので，この値により，各クラス k において，それぞれのカテゴリー・ノードの結合の強さを順序付けできる．

【プルーニング・ルール 3】

クラス K において，次の条件を満足した場合，第 K 番目のクラスと第 $j' \neq j$ 番目のカテゴリーとの結合を削除する．ただし，ξ はしきい値である．

$$\varphi_{jK} \geq \xi \tag{22}$$

【性質 3】

ξ が次式を満足する場合には，出力値と教師値との一致度は維持される．

$$\xi \geq \max_{k\neq K} \frac{\sum_{s\in\Gamma_K} \sum_{j=1}^{N} p_{jk}}{\sum_{s\in\Gamma_K} \sum_{j=1}^{N} y_{js} p_{jk}} \tag{23}$$

プルーニング・アルゴリズムを次のように定式化する．

[Step 1] 学習データに対して，第 i 番目の属性に対する情報量 $H(i)$ を計算する．

$$H(i) = -\sum_{j=1}^{N} g_j \sum_{k=1}^{U} G_{jk} \log_2 G_{jk} \tag{24}$$

$$g_j = \frac{\sum_{s=1}^{R} x_{jis}}{\sum_{j=1}^{N} \sum_{s=1}^{R} x_{jis}} \tag{25}$$

$$G_{jk} = \frac{\sum_{s\in\psi_k} \gamma_{js} \times p_{jk}}{\sum_{s=1}^{R} \gamma_{js} \times p_{jk}} \tag{26}$$

$$\gamma_{js} = \prod_{i\in I^*} x_{jis} \times x_{jis} \tag{27}$$

[Step 2] 次式の i^* を選択し，$I^* = \{i^*\}$ とする．

$$i^* = \{i|\ \max_i H(i)\} \tag{28}$$

[step 3] 評価データに対して次の条件を満足した場合には，プルーニング・ルール 1 により，第 j 番目のカテゴリーと第 $k' \neq k$ 番目のクラスとの結合を削除し，第 $i' \notin I^*$ 番目の属性との結合を削除する．

$$G_{jk} \geq \eta \tag{29}$$

[Step 4] 評価データに対して次の条件を満足した場合には，プルーニング・ルール 2 により，第 j 番目のカテゴリーと i 及び $i' \notin I^*$ 番目の属性との結合を削除する．

$$\frac{1}{R} \sum_{s=1}^{R} \gamma_{js} < \theta \tag{30}$$

[Step 5] 評価データに対して次の条件を満足した場合には，プルーニング・ルール 3 により，第 K 番目のクラスと第 $j' \neq j$ 番目のカテゴリーとの結合を削除する．

$$\varphi_{jk} \geq \xi \tag{31}$$

[Step 6] 全クラスまたは全属性への結合が削除されたカテゴリー・ノードを削除する．また，全カテゴリーからの結合が削除されたクラス・ノードや属性ノードを削除する．

[Step 7] ステップ 2 において，全ての属性が選択されるまで，ステップ 1 からステップ 6 までを繰り返す．

プルーニング・アルゴリズムの終了後，不要なリンクやノードが削除されたネットワークが得られる．また，各属性と各カテゴリーに重要度が付加できる．なお，TAM ネットワークの処理過程はファジィ推論と同じであるので，本手法のプルーニング手法は，ファジィルールの属性数とクラス数およびルール数を調整するチューニング手法であるとも言える．

数値例

ここでは，簡単な数値例を用いて本手法の特徴を議論し，有効性を検証する．いま，図 2 と図 3 の学習データが与えられたとする．

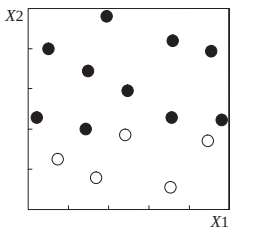

Fig. 2: Training Data 1

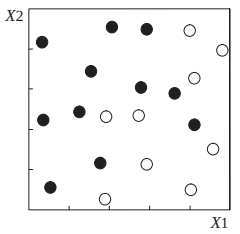

Fig. 3: Training Data 2

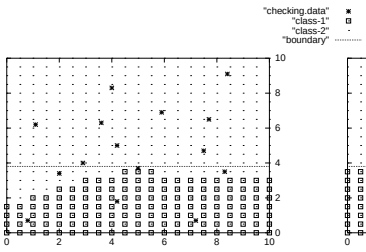

Fig. 4: TAM Network

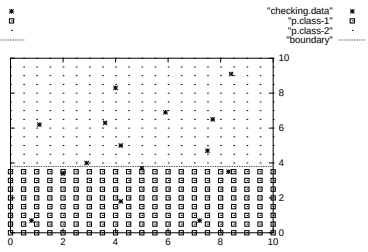

Fig. 5: TAM Network after Pruning

学習のためのパラメータ値を次のように設定する．

$epoch$	=	10	$category\ init$	=	0
L	=	10	$rho\ init$	=	0.0
OC	=	0.8	$rho\ step$	=	0.1
α	=	0.0000001	$rho\ max$	=	100.0
λ	=	0.33	b_j^{rate}	=	0.01

学習を行った結果，図 2 の学習データに対する TAM ネットワークの正解率が 97.8% ，図 3 のデータに対して，81.7%が得られた．学習後に評価用データを用いて，TAM ネットワークとプルーニング・アルゴリズム後の TAM ネットワークの正解率の比較を行った．実験は 3 回行い，結果の正解率の平均値と各ノード数 (入力層 − カテゴリー層 − 出力層) を表 1 と表 2 に示す．ただし，プルーニング前の TAM ネットワー

クの正解率とノード数は，図 2 に対しては 82.2% と 2-4-2，図 3 に対しては 71.7% と 2-10-2 になった．

Table 1: Results of Checking Data 1

η	θ \ ξ	0.1		0.4		0.8	
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.005	0.005	73.3	1-2-2	97.8	1-2-2	75.5	1-2-2
	0.0005	91.1	1-3.7-2	84.4	1-3.3-2	86.7	1-4-2
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.2	0.005	73.3	1-2-2	95.5	1-2-2	75.5	1-2-2
	0.0005	93.3	1-3.7-2	88.9	1-3.3-2	88.9	1-4-2
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.5	0.005	73.3	1-2-2	97.8	1-2-2	75.5	1-2-2
	0.0005	91.1	1-3.7-2	84.4	1-3.3-2	86.7	1-4-2

Table 2: Results of Checking Data 2

η	θ \ ξ	0.1		0.4		0.8	
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.005	0.005	63.3	1-9.3-2	58.3	1-9.7-2	58.3	1-9.7-2
	0.0005	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.2	0.005	63.3	1-9.3-2	56.7	1-9.7-2	56.7	1-9.7-2
	0.0005	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2
	0.05	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2	0.0	0-0-2
0.5	0.005	63.3	1-9.3-2	58.3	1-9.7-2	58.3	1-9.7-2
	0.0005	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2	71.7	2-10-2

図 2 のデータに対する学習後の TAM ネットワークの出力値の境界図の一例と評価データを図 4 に示し，$\eta = 0.005,\ \theta = 0.005,\ \xi = 0.4$ としたプルーニング・アルゴリズム後の境界図の一例と評価データを図 5 に示す．また，学習回数に対する学習データと評価データの正解率の変化を図 6 に示し，ネットワーク構造を図 7 に示す．属性 x_1 と第 1 番目と第 2 番目のカテゴリー，及びそれらの結合が削除され，カテゴリー数から 3 個のファジィルールが抽出できることがわかる．

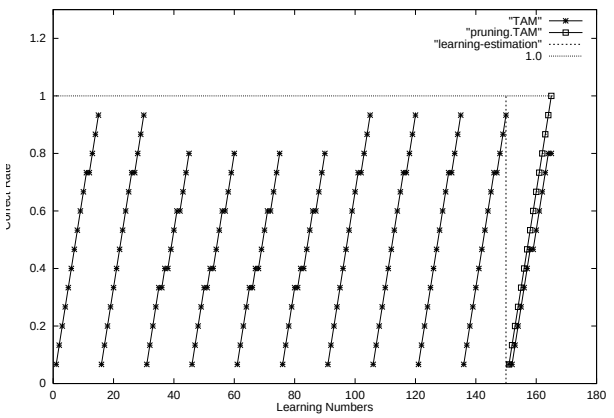

Fig. 6: Correct Rate

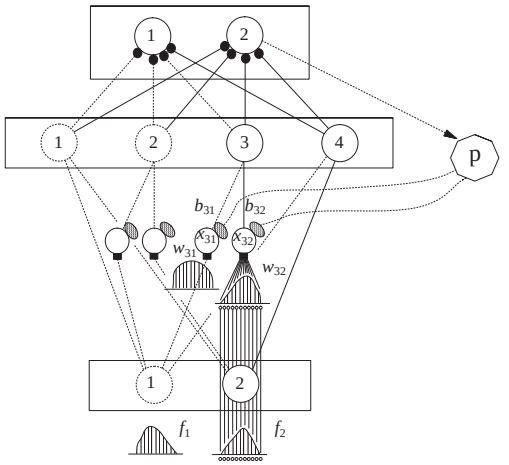

Fig. 7: TAM Network after Pruning

おわりに

TAM ネットワークのプルーニング手法を定式化し，その有効性を確認した．しかし，より高い精度のネットワークを得るには，η, θ, ξ の最適値を得る新たな手法が必要である．今後，この手法や学習中での新たなプルーニング手法について検討する必要がある．

参考文献

[1] 松村 道一：“ニューロサイエンス入門”，サイエンス社 (1995)

[2] K.Fukushima: “Neocognitron: A Self-Organizing Neural Network Model for a Mechanism of Pattern Recognition Unaffected by Shift in Position,” *Biological Cybernetics*, Vol.36, pp.193-202 (1980)

[3] G.A.Carpenter, S.Grossberg and J.Reynolds: “ARTMAP: Supervised Real-time Learning and Classification of Nonstationary Data by a Self-organizing Neural Network,” *Neural Networks*, Vol.4, pp.565-588 (1991)

[4] G.A.Carpenter, S.Grossberg, N.Markuzon, J.Reynolds and D.B.Rosen: “Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Learning of Analog Multidimensional Maps,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol.3, pp.698-713 (1992)

[5] J.R.Williamson: “Self-organization of Topographic Mixture Networks Using Attentional Feedback,” *Technical Report CAS/CNS TR-99-027* (1999)

[6] R.Reed: “Pruning Algorithms - A Survey,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol.4, pp.740-747 (1993)

[7] M.Umano, H.Okamoto, I.Hatono, H.Tamura, F.Kawachi, S.Umezu and J.Kinoshita, “Fuzzy Decision Trees by Fuzzy ID3 Algorithm and Its Applications to Diagnosis System,” *Proceeding of Third IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol.3, pp.2113-2118 (1994)

[8] I.Hayashi, “Acquisition of Fuzzy Rules Using Fuzzy ID3 with Ability of Learnining for AND/OR Operators,” *1996 Australian New Zealand Conference on Intelligent Information Systems*, pp.187-190 (1996)

[連絡先]

Isao Hayashi,
Hannan University,
5-4-33, Amami-higashi, Matsubara,
Osaka 580-8502, JAPAN
tel. 0723-32-1224, fax. 0723-36-2633
e.mail ihaya@hannan-u.ac.jp